

Übung 10: Mehrfache Zielsetzung

Grundlagen Operations Research

Video zur Übung

Das Modell

Gegeben ist das folgende Standortplanungsmodell für Verkaufsgebiete (vgl. Vorlesung 10).

Mengen: $\mathcal{I}$: Gebiete mit Index i ; $\mathcal{J}$: potenzielle Verkaufsstandorte mit Index j , $\mathcal{J} \subset \mathcal{I}$; $\mathcal{N}_i$: Nachbarn des Gebiets i .

Parameter: u_i : Umsatzpotenzial des Gebiets i ; d_{ih} : Distanz zwischen Gebiet i und Gebiet h ; F_1^* : maximaler Umsatz; F_2^* : minimale Reisekosten.

Variablen: $X_{ij} = 1$, wenn das Gebiet i dem Verkaufsstandort j zugeordnet wird (0, sonst); $Y_j = 1$, wenn der Verkaufsstandort j errichtet wird (0, sonst); Q_j : Umsatz des Verkaufsstandorts j ; K_j : Reisekosten des Verkaufsstandorts j .

$$\text{maximiere } F_1 \leq Q_j + 1000 \cdot (1 - Y_j) \forall j$$

$$\text{minimiere } F_2 = \sum_j K_j$$

$$\text{minimiere } F = \frac{F_1^* - F_1}{F_1^*} + \frac{F_2 - F_2^*}{F_2^*}$$

$$\text{u.d.N. } \sum_j Y_j = 2$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i, j$$

$$\sum_j X_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$X_{jj} = Y_j \quad \forall j$$

$$\sum_i u_i \cdot X_{ij} = Q_j \quad \forall j$$

$$\sum_i d_{ij} \cdot X_{ij} = K_j \quad \forall j$$

$$X_{ij} \leq \sum_{h \in \mathcal{N}_i | d_{ij} > d_{hj}} X_{hj} \quad \forall i, j \mid d_{ij} > 1$$

$$Q_j, K_j \geq 0 \quad \forall j$$

$$X_{ij}, Y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, j$$

Für die Menge der Gebiete $\mathcal{I} = \{1, \dots, 15\}$ sind die Umsatzpotenziale u_i :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
u_i	2	3	6	4	3	7	6	3	1	7	8	6	3	4	3

Zusätzlich ist eine abstrahierte Ansicht der Gebietsanordnung gegeben. Als potenzielle Verkaufsstandorte wurden $\mathcal{J} = \{2, 5, 11, 14\}$ identifiziert. Die Distanz zwischen zwei benachbarten (Kante an Kante) Gebieten beträgt eine Einheit (d. h. $d_{1,6} = 1$ bzw. $d_{1,7} = 2$):

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

Aufgabe 1

1. Was wird mit der ersten Zielfunktion maximiert?
2. Was wird durch den zweiten Term ($1000 \cdot (1 - Y_j)$) in der ersten Zielfunktion berücksichtigt?
3. Stellen Sie eine Nebenbedingung auf, die fordert, dass nur Gebiete mit einer maximalen Distanz von d^{MAX} Einheiten einem Standort zugeordnet werden dürfen.
4. Könnte eine Nebenbedingung, die die Einhaltung einer maximalen Distanz d^{MAX} zwischen einem Standort und zugeordnetem Gebiet fordert, zu einer Unzulässigkeit des Modells führen? Begründen Sie Ihre Antwort!
5. Stellen Sie die Zielfunktion F so um, dass die **maximale** relative Abweichung des Umsatzbeitrags bzw. Kostenbeitrags vom Optimum minimiert wird! (Hinweis: Sie können hierfür zusätzliche Nebenbedingungen und Variablen einführen.)
6. Bestimmen Sie die zur aktuellen Lösung ($X_{1,2}, X_{4,2}, X_{7,2}, X_{11,2}, X_{5,14}, X_{8,14}, X_{9,14}, X_{12,14} = 1$) gehörenden Werte für X_{ij}, Y_j, Q_j, K_j und F . (Hinweis: Es müssen nur die von null verschiedenen Werte angegeben werden!)
7. Überprüfen Sie in Julia, ob die aktuelle Lösung optimal ist!

Ihre Lösung in Julia

Bestimmen Sie zuerst die Einzeloptima F_1^* (Maximierung) und F_2^* (Minimierung), danach das Optimum der gemeinsamen Zielfunktion F . Nennen Sie Ihr Modell `modell`:

```
using JuMP, HiGHS

I = 1:15
J = [2, 5, 11, 14]
u = [2, 3, 6, 4, 3, 7, 6, 3, 1, 7, 8, 6, 3, 4, 3]
zeile(i) = cld(i, 5)
spalte(i) = mod(i - 1, 5) + 1
d(i, h) = abs(zeile(i) - zeile(h)) + abs(spalte(i) - spalte(h))
nachbarn(i) = [h for h in I if d(i, h) == 1]
```

```
modell = Model(HiGHS.Optimizer)
set_silent(modell)
```

```
# IHR CODE HIER
```

```
optimize!(modell)
```

💡 Selbstkontrolle: Maximierung von F_1

```
# Führen Sie diese Zelle nach der Maximierung von F1 aus:
@assert isapprox(objective_value(modell), 33.0; atol = 1e-4) "F1* noch
nicht korrekt, prüfen Sie die Min-Umsatz-Bedingung mit 1000·(1-Y)."
println("F1* korrekt: ", objective_value(modell))
```

💡 Selbstkontrolle: Minimierung von F_2

```
# Führen Sie diese Zelle nach der Minimierung von F2 aus:
@assert isapprox(objective_value(modell), 22.0; atol = 1e-4) "F2* noch
nicht korrekt, prüfen Sie die Reisekosten-Definition."
println("F2* korrekt: ", objective_value(modell))
```

💡 Selbstkontrolle: gemeinsame Zielfunktion

```
@assert isapprox(objective_value(modell), 1 / 33; atol = 1e-4) "Noch nicht
korrekt, relative Abweichungen: (F1*-F1)/F1* + (F2-F2*)/F2*."
println("Optimum korrekt: F = ", round(objective_value(modell); digits
= 4))
println("Vergleichen Sie mit dem F-Wert der in Aufgabenteil 6 gegebenen
Lösung!")
```

Bibliografie