

Vorlesung 12: Modellierung B

Grundlagen Operations Research

Modellierung B

OR in der Praxis

Von der Theorie zur Praxis

Echte OR-Projekte und wie sie die Bausteine dieses Kurses nutzen:

- **Brauerei:** Losgrößen- und Kapazitätsplanung (→ V11).
- **Verkaufsgebiete:** Sales Force Deployment (→ V10).
- **Distriktoptimierung:** Zuordnung von Gebieten (→ V08).
- **Discrete Choice:** Nachfrageprognose mit Nutzenfunktionen.
- **Crowd-Management:** Ablaufplanung von Pilgerströmen (→ V06/V09).

Brauerei-Produktionsplanung

Feldschlösschen

Das Projekt

Entwickelt für die Schweizer Brauerei **Feldschlösschen** (Carlsberg-Konzern):

- **41** Biermarken, **1,8 Mio. hl/Jahr**, 42 % Marktanteil.
- **13** Produktions- und **8** Lagerressourcen.
- **220** Fertig- und **100** Halbfertigprodukte.
- Jahresplanung auf **Wochenebene**.

Das Modell

Strategische **und** operative Fragen in einem Modell:

- **Losgrößen- und Kapazitätsplanung**, wie die dynamische Losgrößenplanung (Vorlesung 11), nur **mehrstufig** und **kapazitiert**.
- Binäre **Rüstentscheidungen**, kontinuierliche **Mengen** und **Lagerbestände**.
- Ziel: **Rüst-, Lager- und Kapazitätskosten** minimieren.

Ein **MIP** mit Zehntausenden Variablen, gelöst mit HiGHS oder Gurobi.

Die Idee im Kleinen

Zwei Produkte, gemeinsame Kapazität; das V11-Modell wächst mit:

```
using JuMP, HiGHS
d = [40 50 60 40 50 60; 20 30 20 30 20 30]      # d[p, t]
f, h, cap = 100, 1, 120
```

```

P, T = 1:2, 1:6
modell = Model(HiGHS.Optimizer); set_silent(modell)
@variable(modell, Q[P, T] >= 0); @variable(modell, I[P, T] >= 0)
@variable(modell, X[P, T], Bin)
@objective(modell, Min, sum(f*X[p,t] + h*I[p,t] for p in P, t in T))
@constraint(modell, [p in P, t in T],
    (t == 1 ? 0 : I[p,t-1]) + Q[p,t] - I[p,t] == d[p,t]) # Lagerbilanz
@constraint(modell, [p in P, t in T], Q[p,t] <= sum(d[p,:]) * X[p,t])
@constraint(modell, [t in T], sum(Q[p,t] for p in P) <= cap) # Kapazität!
optimize!(modell)
println("F* = ", round(Int, objective_value(modell)),
    " mit ", round(Int, sum(value.(X))), " Rüstvorgängen")

```

F* = 850 mit 6 Rüstvorgängen

Verkaufsgebietsplanung

Sales Force Deployment

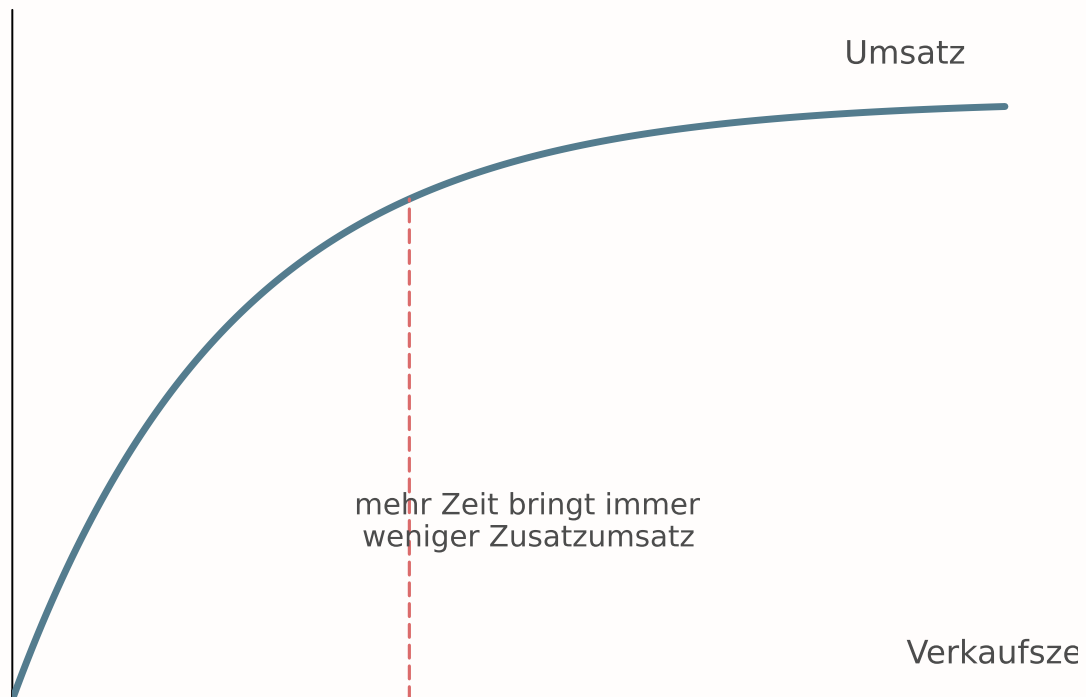
Für die dänische Brauerei **FAXE**: Wie setzt man den Außendienst optimal ein?

Vier Entscheidungen **in einem Modell**:

- **Wie viele** Außendienstmitarbeiter (ADM)?
- **Wo** haben sie ihren Standort?
- **Welche** Kunden bilden ihr Verkaufsgebiet?
- **Wie viel Verkaufszeit** erhält jeder Kunde?

Ziel: **Gewinnmaximierung**, nicht Umsatz!

Die Umsatzreaktionsfunktion



Der Umsatz eines Kunden **wächst** mit der Verkaufszeit, aber **konkav**.

Frage: **Warum lohnt der zehnte Besuch weniger als der erste?**

Sättigung: Ab einem Punkt kostet mehr Verkaufszeit mehr, als der Zusatzumsatz einbringt.

Die Managementvorlage

Das Modell liefert dem Management drei Karten:

- **Gebiete und Gewinn:** welcher ADM betreut welche Region.
- **Verkaufszeiten:** wie viel Zeit jeder Kunde erhält.
- **Erwartete Umsätze:** was jede Region einbringt.

! Ergebnis

Standorte, Gebiete und Zeiteinsatz kommen aus **einer** Optimierung, statt aus drei getrennten Bauchentscheidungen.

Distriktoptimierung

Polizeibezirke neu zuschneiden

Das Problem

- Viele Bezirkspläne reichen **Jahrzehnte** zurück und wurden manuell entlang von Autobahnen und Grenzen gezogen.
- Notdienste besitzen **viele Daten**, nutzen sie aber selten zur Verbesserung.

Frage: Wie schneidet man Bezirke so zu, dass die **Reaktionszeit** minimal und die **Auslastung** ausgeglichen ist?

Der OR-Ansatz

Ein **Zuordnungsproblem**: weise jede Gebietszelle einer Wache zu.

$$\begin{aligned} \min & \sum_z \sum_s \text{dist}_{zs} X_{zs} \\ & \sum_s X_{zs} = 1 \quad \forall z \quad (\text{jede Zelle einer Wache}) \\ & \sum_z X_{zs} \geq \underline{n} \quad \forall s \quad (\text{Auslastung ausgleichen}) \\ & X_{zs} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Kontrolle mit Julia

Illustrativ: 6 Zellen, 2 Wachen, ausgeglichen zugeordnet:

```
using JuMP, HiGHS
dist = [2 8; 3 7; 1 9; 8 2; 7 3; 6 4] # dist[z, s]: Zelle z zu Wache s
Z, S = 1:6, 1:2
modell = Model(HiGHS.Optimizer); set_silent(modell)
@variable(modell, X[Z, S], Bin)
@objective(modell, Min, sum(dist[z,s] * X[z,s] for z in Z, s in S))
@constraint(modell, [z in Z], sum(X[z,s] for s in S) == 1) # jede Zelle
zugeordnet
@constraint(modell, [s in S], sum(X[z,s] for z in Z) >= 3) # Auslastung
ausgleichen

optimize!(modell)
println("Zelle→Wache: ", [s for z in Z for s in S if value(X[z,s]) > 0.5],
        ", Distanz = ", round(Int, objective_value(modell)))
```

```
Zelle→Wache: [1, 1, 1, 2, 2, 2], Distanz = 15
```

Ergebnis der Fallstudien

Fallstudien in **Deutschland** und **Belgien**:

! Wirkung

Optimierte Polizeibezirke senkten die **Reaktionszeit** in der Simulation um bis zu **14,5 %**.

Derselbe Ansatz lässt sich auf andere Rettungsdienste übertragen.

Discrete Choice

Welches Verkehrsmittel?

T. Vlček, K. Haase, M. Koch, L. Dolz, A. Weygandt, und J. Pape [1]

Nachfrage prognostizieren

Wie **entscheiden** sich Menschen zwischen Alternativen (Auto, Bus, Bahn)?

- **Revealed preferences:** „Ich habe x gewählt.“
- **Stated preferences:** „Ich würde x wählen.“
- Daraus wird eine **Nutzenfunktion** geschätzt, und daraus die **Nachfrage** prognostiziert.

Was liefert die Analyse?

Aus der geschätzten Nutzenfunktion folgen direkt:

- **Nachfrageprognosen** für neue Angebote.
- **Zahlungsbereitschaften** der Kunden.
- Die ökonomische **Beurteilung von Infrastrukturmaßnahmen**.
- Die **Ausgestaltung** des Dienstleistungsangebots.

Fallstudie **Dresdner Schülerverkehr**: geschätzte Nutzenfunktionen zeigten, wie Schüler auf Takt und Preis des ÖPNV reagieren.

Fallstudie: BART

Prognose des Marktanteils des neuen **Bay Area Rapid Transit** (San Francisco):

Verkehrsmittel	Tatsächlich [%]	Prognose [%]
nur Pkw	59,90	55,84
Bus	10,78	12,51
Park-and-Ride	1,43	2,41
BART + Bus	0,95	1,05
BART + Pkw	5,23	5,29
Carpooling	21,71	22,89

BART-Marktanteil: **Prognose 6,3 %** vs. **tatsächlich 6,2 %**, eine sehr genaue Vorhersage.

Crowd-Management

Die Hadsch in Mekka

Das Ritual

Die **Hadsch** ist die große islamische Pilgerfahrt nach Mekka.

- Zwischen **2 und 4 Millionen** Menschen, mehrtägig, mehrere rituelle Stätten.
- Fokus: das **Ramy-al-Jamarat-Ritual** (symbolische Steinigung), an vier Tagen wiederholt.
- Die meisten Pilger wohnen in der **Zeltstadt von Mina**.

Das Risiko

- Pilger haben **Zeitpräferenzen**, die sich um wenige **Spitzenzeiten** ballen.
- Logistische Grenzen (Shuttle-Zeiten), extreme **Wüstenhitze**, enge Infrastruktur.
- In Extremfällen eskalierte unkoordinierter Zugang zu **Massenkatastrophen**.

Crowd Disasters

Jahr	Ort	Tote
1990	Al-Ma'aisim	1 426
1994	Jamarat	270
1998	Jamarat	180
2001	Jamarat	35
2003	Jamarat	14
2005	Jamarat	5
2006	Jamarat	346
2015	Jamarat	769 – 2 411

Lange Wartezeiten und Engpässe machen die Pilgerfahrt gefährlich: ein **Ablaufplanungsproblem**.

Der OR-Beitrag

Anpassungen auf Basis von Operations Research:

- **Zeitplanung** der Steinigungsrituale (*Path Assignment & Timetabling*).
- **Metronutzung** und Pilgerstrom-**Monitoring**.
- Mobile **Apps**, elektronische **E-Gates** (RFID), Online-Karten, **Simulation**.

Im Kern: Ströme über ein **Netzwerk** zeitlich so verteilen, dass Engpässe vermieden werden (die Werkzeuge aus VO6 und VO9).

Weitere Anwendungen

Dieselben Bausteine tragen viele weitere Projekte:

- **Standortplanung** für Automobilhändler.

- **Tourenplanung:** Getränkehandel, medizinische Labore, Bücherhallen.
- **Waren-Lager-Zuordnung** in der Logistik.
- **Steuerung von Metroauslastungen.**

Zusammenfassung

Operations Research wirkt

- **Brauerei:** Losgrößen-MIP steuert eine Jahresproduktion.
- **Verkaufsgebiete:** eine Optimierung statt drei Bauchentscheidungen.
- **Distrikte:** Reaktionszeiten sinken um über 14 %.
- **Discrete Choice:** Marktanteile aufs Zehntelprozent prognostiziert.
- **Crowd-Management:** Netzwerkmodelle retten Leben.

Die **Bausteine** dieses Kurses (LP, MIP, Graphen, Netzpläne) sind genau die Werkzeuge dieser Projekte.

Literatur

Literaturverzeichnis

Bibliografie

- [1] T. Vlček, K. Haase, M. Koch, L. Dolz, A. Weygandt, und J. Pape, „Controlling Passenger Flows into Metro Systems to Mitigate Overcrowding during large-scale Events“, *Working Paper*, 2023.